

キーワード

有限群、多元環、圏論、バーンサイド環、表現環、マッキー関手、グリーン関手、丹原関手
finite group, algebra, category theory, Burnside ring, representation ring, Mackey functor, Green functor, Tambara functor

研究内容

[1] 有限群のモジュラー表現論

- 有限群のモジュラー表現論におけるアルペリンの重み予想の同値問題に現れるバーンサイド環の直和分解の定理の別証明を、一般バーンサイド環の理論を応用することで与えた。
- マッキー代数から得られる新たなマッキー関手を構成した。また、このマッキー関手を応用して、モジュラー表現論におけるブロック理論の基本的な道具である「不足群」をマッキー代数の言葉を用いて定義し、それらの間の包含関係に関する結果を得た。

[2] マッキー代数の表現論

- マッキー関手の環のべき等元公式を与えた。
- マッキー代数のブロック B の不足群の定義を与えた。さらに、 B に対応する群環のブロック b の不足群との間の包含関係の存在を示した。

[3] 一般バーンサイド環の構造論

- n 次対称群 S_n とそのヤング部分群の族から得られる一般バーンサイド環の係数環を標数 $p > 0$ の体 k にした場合のブロックの個数が、群環 $k[S_n]$ の p -ブロックの個数に等しいことを証明した。
- 有限群 G の部分群で、正規化群が自分自身になるものから得られる一般バーンサイド環の性質を研究した。マシュー群、コンウェイ群、モンスター単純群の場合にその階数を計算した。また、ある性質を満たす p -部分群の正規化群の族が与える一般バーンサイド環の研究を応用して、ある部分群束のオイラー標数を、マシュー群、コンウェイ群、モンスター単純群の場合に計算した。
- n 次対称群 S_n とそのヤング部分群の族から得られる一般バーンサイド環の単元群の構造を明らかにした。
- ほとんどの既約な有限コクセター群のパラボリック部分群の族から得られる一般バーンサイド環の単元群の構造を明らかにした。
- A 型の可約なコクセター群のパラボリック部分群の族から得られる一般バーンサイド環の単元群の構造を明らかにした。

[4] 斜バーンサイド環の研究

- 有限群 G と G 作用をもつ有限モノイド S に対し、

S 上の斜 G 集合は、 S への重み写像をもつ G 集合である。斜 G 集合と斜 G 写像の圏の直和とテンソル積に関するグロタンディーク環は斜バーンサイド環と呼ばれる。 S 上の斜 G 集合の圏の同値類で添字付けされた S における中心可群の群環の直積はゴースト環と呼ばれる。斜バーンサイド環からゴースト環への単射環準同型を構成し、標数 0 の体上の斜バーンサイド環のべき等元公式を証明した。

- 有限群 G と G 作用をもつ有限モノイド S と G の部分群 H に対し、 S 上の斜 H 集合の直和とテンソル積に関するグロタンディーク環がつくる G 関手を導入した。対応するマッキー関手をバーンサイド関手 Ω の S に関するドレス構成法を応用して構成した。さらにそのマッキー関手がグリーン関手になることを証明した。グリーン関手に対し、ドレス構成を施す先駆的な結果となった。
- 表現環グリーン関手 R に G モノイドによるドレス構成を施して、Witherspoon により得られていた、ドリinfeldt ダブルの表現環のグリーン関手が得られることを証明した。さらに、その R をコホモロジー関手にとりかえることによりホッホシルトコホモロジー環のグリーン関手が得られることも示した。
- Ω をバーンサイド丹原関手としたとき、可換モノイド S によるドレス構成を施すことにより斜バーンサイド環を与える丹原関手が構成できることを証明した。
- Bouc と Thevenaz により与えられた p 群に制限されたデイド群のマッキー関手、バーンサイド関手、そして表現環関手の間の短完全列に、有限 G モノイドによるドレス構成を施すことにより、ドリinfeldt ダブルの表現環と斜バーンサイド環の間の準同型写像が与えられることを証明した。

最近の業績

- [1] F. Oda, M. Wakatake : The unit group of a partial Burnside ring of a reduced Coxeter group of type A, Hokkaido Mathematical Journal **48** (2) (2019), 345-356.
- [2] F. Oda, H. Nakaoka : Categorical constructions related to finite groups, Sugaku Expositions **32** (1) (2019), 57-86.
- [3] F. Oda, Y. Takegahara, T. Yoshida : Lefschetz invariants and Young characters for representations of the hyperoctahedral groups, Journal of Algebra **512** (2018), 1-19.
- [4] T. Yoshida, F. Oda, Y. Takegahara : Axiomatic theory of Burnside rings (I), Journal of Algebra **505** (2018), 339-382.

■科学研究費 基盤研究 (C) 代表 (2019年4月～2023年3月)