

理学専攻  
数理解析分野

離散数学研究室

Discrete Mathematics Lab.

教授

Professor

山下登茂紀

Tomoki YAMASHITA

ものとなっている。

## キーワード

グラフ理論、ハミルトン閉路、全域木、次数条件  
Graph Theory, Hamiltonian cycle, spanning tree,  
degree conditions

## 研究内容

頂点集合と呼ばれる有限集合と辺集合と呼ばれる頂点集合の2元部分集合からなる組であるグラフについて研究を行っている。

### [1] グラフの部分構造と不変量についての研究

ハミルトン閉路が存在するため十分条件として、Ore 条件と呼ばれるグラフの位数に関する次数和条件と Chvatal-Erdos 条件と呼ばれるグラフの連結度と独立数の関係式が有名である。これら2つの条件に対して、Ore 条件を満たすグラフは Chvatal-Erdos 条件を満たすことが示されている。つまり、Ore 条件は Chvatal-Erdos 条件より強い条件となっている。このことより、Ore 条件より弱い次数和条件を得ようとする研究が盛んに行われている。

- ・連結度より大きい頂点数の任意の独立集合内の2頂点次数和の最大値と位数の関係式がハミルトン閉路の存在を保証することを示した。
- ・ハミルトン閉路の一般化である部分構造（閉路や木構造）に対して、同様の次数和条件が存在することを示した。
- ・ハミルトン閉路が存在するためのグラフの位数と連結度と独立数に関する次数和条件を得た。
- ・指定された頂点を通る閉路と最長閉路の長さに関して、3連結グラフまでは同じ規則性があることを示した。4連結以上のグラフに関しては今後の課題である。
- ・Ore 条件を満たすグラフは Moon&Moser 条件より少し弱い条件を満たす2部グラフを部分構造として持つことを示した。
- ・指定された頂点集合の頂点をちょうど1頂点ずつ含む閉路でグラフを分割するための次数和条件を与えた。

### [2] 幾何的なグラフに関する研究

平面上の点を頂点とし、それらを結ぶ曲線分を辺とするグラフを対象にした位相幾何学的グラフ理論と呼ばれる研究がある。特に、辺が直線分であるものを幾何グラフと呼ばれる。頂点重み付き幾何グラフを重みが等しい自己交差のない2本の道によって、頂点分割することを考える。そのとき、2本の道の辺の交差数を高々1にすることができることを示した。この結果を得るために、数列に関する結果を得た。それは、無作為に与えられた数列は高々1度の数字の交換で均等分割することができるというものであり、この研究自体、とても興味深い

### [3] グラフの教え上げの研究

同型でないグラフの個数を数えるという研究は盛んに行われている。例えば、自己補グラフの個数に関する母関数など様々なクラスのグラフの個数に関する母関数が得られている。連結グラフで、その補グラフも連結グラフとなるものの個数に関する母関数が簡単に求まる。連結度1のグラフで、その補グラフが非連結であるもの、連結度1のグラフで、その補グラフも連結度1であるものの特徴付けをすることで、それらの個数に関する母関数を求めることに成功した。この結果を使って、2連結グラフで、その補グラフも2連結グラフとなるものの個数に関する母関数も求めることができる。さらに、連結度1のグラフで、その補グラフも連結度1であるものの特徴付けを観察することで、頂点数  $n$  ( $\geq 8$ ) の連結度1の自己補グラフの個数は、頂点数  $n-4$  の自己補グラフの個数に等しいことがわかる。

## 最近の業績

- [1] Enumeration of unlabeled graphs such that both the graph and its complement are 2-connected, K.Kobata, S.Tazawa and T.Yamashita, SUT J.Math.52, No. 1 (2016) 41-47.
- [2] A note on two geometric paths with few crossings for points labeled by integers in the plane, Atsuhiko Nakamoto, Yoshiaki Oda, Mamoru Watanabe, Tomoki Yamashita, Discret. Math. 341 (2018) 1109-1113.
- [3] On 2-factors with a specified number of components in line graphs, Shuya Chiba, Yoshimi Egawa, Jun Fujisawa, Akira Saito, Ingo Schiermeyer, Masao Tsugaki, Tomoki Yamashita, Acta Mathematica Universitatis Comenianae 88 (2019) 541-546.
- [4] A degree sum condition on the order, the connectivity and the independence number for Hamiltonicity, Shuya Chiba, Michitaka Furuya, Kenta Ozeki, Masao Tsugaki, Tomoki Yamashita, Electronic Journal of Combinatorics 26 (2019).
- [5] Spanning bipartite graphs with high degree sum in graphs, Guantao Chen, Shuya Chiba, Ronald J. Gould, Xiaofeng Gu, Akira Saito, Masao Tsugaki, Tomoki Yamashita, Discrete Mathematics 343 (2020).
- [6] Spanning Bipartite Graphs with Large Degree Sum in Graphs of Odd Order, Shuya Chiba, Akira Saito, Masao Tsugaki, Tomoki Yamashita, Graphs and Combinatorics 37 (2021) 1841-1858.

- 科学研究費 若手研究 (B) (平成21-22年度)
- 科学研究費 若手研究 (B) (平成24-27年度)
- 科学研究費 基盤研究 (C) (平成28-32年度)
- 科学研究費 基盤研究 (C) (令和3-7年度 (予定))